

Activités autour de Maths et Course

Intégrale, dérivée et vitesse

Amandine Aftalion

1 Théorie

Si $x(t)$ désigne la distance parcourue depuis le début d'une course, alors la vitesse instantanée $v(t)$ est reliée à $x(t)$ par la formule

$$v(t) = \frac{dx}{dt}.$$

C'est donc la dérivée. Si on trace la courbe distance parcourue en fonction du temps, la vitesse est la pente à cette courbe. On peut relier cela à un exercice de mesure en cours de sport: si on a accès aux temps de passage tous les 50m, cela permet de tracer des points de la courbe $x(t)$. On comprend que la vitesse est la tangente à cette courbe.

Si en revanche, on a des mesures de vitesse, c'est à dire la courbe $v(t)$, alors la distance parcourue est au contraire l'intégrale sous la courbe, c'est à dire l'aire sous la courbe

$$x(t) = \int_0^t v(s) ds.$$

La vitesse moyenne est reliée aux points mesure tous les 50m puisque la vitesse moyenne entre T_1 et T_2 est

$$\frac{\int_{T_1}^{T_2} v(t) dt}{T_2 - T_1}.$$

Ceci vaut aussi la distance parcourue pendant cet intervalle de temps divisé par l'intervalle de temps.

Ensuite, de la même façon, l'accélération est la dérivée de la vitesse donc on peut relier l'accélération à la pente sur la courbe vitesse/temps.

Remarque : aujourd'hui avec des équations, on sait prédire la courbe de vitesse d'un coureur pour une distance donnée.

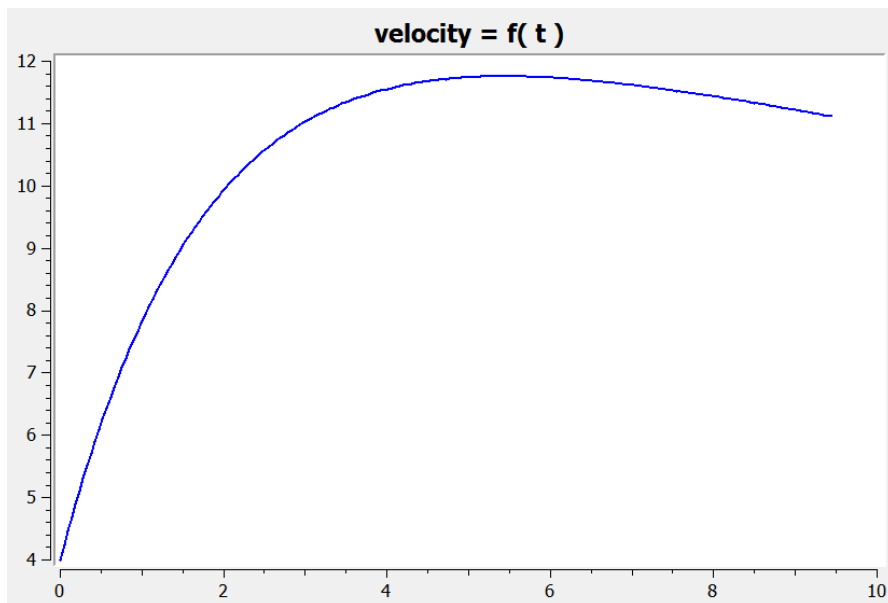


Figure 1 – La courbe $v(t)$ vitesse en fonction du temps pour le 100m de Blake.

2 Exemple sur le 100m

Blake, 2011, Daegu : temps de passage tous les 50m

10m	: 1.87s	$\Delta t = 1.87s$
20m	: 2.89s	$\Delta t = 1.02s$
30m	: 3.82s	$\Delta t = 0.93s$
40m	: 4.70s	$\Delta t = 0.88s$
50m	: 5.56s	$\Delta t = 0.86s$
60m	: 6.41s	$\Delta t = 0.85s$
70m	: 7.27s	$\Delta t = 0.86s$
80m	: 8.13s	$\Delta t = 0.86s$
90m	: 9.00s	$\Delta t = 0.87s$
100m	: 9.88s	$\Delta t = 0.88s$